

**Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики**

«Затверджено»

Вченою радою

Рівненського державного гуманітарного університету

Протокол № 3 від 29 березня 2018 р.



— Р. М. Постолюк

**ПРОГРАМА
ВСТУПНОГО ІСПИТУ ДО АСПРАНТУРИ
для здобувачів третього освітньо-наукового рівня
вищої освіти наукового ступеня доктора філософії (PhD)**

**ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ
113 – ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА**

Керівник проектної групи,
завідувач кафедри, доктор
математичних наук, професор
А.Я. Бомба

Програма вступного екзамену до аспірантури Рівненського державного гуманітарного університету зі спеціальності 113 – прикладна математика / Укладачі д.т.н., проф. Бомба А. Я., аспірант Бойчура М. В. – Рівне : РДГУ, 2018. – 13 с.

Програма вступного екзамену призначена для допомоги вступникам до аспірантури Рівненського державного гуманітарного університету за спеціальністю 113 – прикладна математика. У ній визначені вимоги до рівня підготовки вступників, запропоновані питання, які розкривають зміст підготовки вступників, охарактеризовані критерії оцінки відповідей вступників на вступному екзамені, рекомендовані літературні джерела.

Рівне – 2018

ТЕМИ ВСТУПНОГО ЕКЗАМЕНУ

1. Математичне моделювання

Фізичне та математичне моделювання. Детерміновані, евристичні, імітаційні та ймовірності моделі. Внутрішні та зовнішні збурення. Математичні моделі динамічних процесів із зосередженими параметрами. Дискретні та неперервні процеси. Фазовий стан і керування. Коректність моделей. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей. Методи статистичного оцінювання параметрів моделі. Методи перевірки гіпотез. Методи ідентифікації динамічних моделей при неповних спостереженнях. Методи оцінки фазовою стану при неповних спостереженнях. Математичні моделі динамічних процесів з розподіленими параметрами. Коректність моделей. Методи математичного і комп'ютерного моделювання як важливий інструмент сучасних наукових досліджень. Особливості математичного моделювання процесів неживої природи (фізичних, хімічних, ...), моделювання процесів керування у живій природі (біологічних, екологічних, ...), моделювання процесів пошуку оптимальних компромісів у конфліктно-керованих процесах та ієрархічно-керованих системах (моделювання процесів прогнозування і керування в економіці, соціоекономіці, держуправлінні, в керуванні складними технічними комплексами). Системний підхід в моделюванні складних систем.

2. Математичні методи оптимізації та керування

Задачі математичного програмування. Методи лінійного та нелінійного програмування. Методи негладкої оптимізації (найшвидшого спуску, узагальнених градієнтів). Алгоритми стохастичної оптимізації. Теорема Куна-Таккера. Задачі варіаційного числення. Принципи максимуму для лінійних і нелінійних задач оптимального керування. Зв'язок принципу максимуму із класичними задачами варіаційного числення. Метод максимальної правдоподібності. Метод найменших квадратів.

Задачі керованості та спостереження динамічних систем. Керованість та спостережуваність лінійних стаціонарних і нестаціонарних систем та їх зв'язок з проблемою моментів. Принцип максимуму та метод динамічного програмування. Необхідні умови екстремуму в формі принципу максимуму Понтрягіна. Рівняння Белмана. Достатні умови оптимальності. Наближенні методи розв'язку задач оптимального керування. Застосування принципу максимуму до градієнтних методів. Керування розподіленими системами. Задачі керованості, метод Белмана, варіаційні методи знаходження оптимальних керувань для еліптичних і параболічних рівнянь.

3. Програмне та інформаційне забезпечення

Операційні системи. Засоби програмування (процедурно та об'єктно-орієнтовані). Офісні системи (електронні таблиці, редактори текстів тощо). Інформаційні системи. Пакети програм і системи підтримки прийняття рішень. Бази даних і системи керування базами даних. Інтелектуальні, експертні системи. Технологія обчислювального експерименту в науковому дослідженні. Планування експериментів.

4. Обчислювальні методи

а) Інтерполяція та середньоквадратичне наближення функцій. Числове диференціювання та інтегрування.

Наближення функцій. Загальна теорія похибок. Поліноми Лагранжа, Ерміта, Чебишева. Формула Чебишева. Екстраполяція. Інтерполяція функцій кубічними сплайнами. Числове диференціювання з застосуванням формул Ньютона, Стірлінга. Інтерполяційні квадратурні формули. Квадратурні формули Ньютона-Котеса. Формула Чебишева для числового інтегрування. Метод квадратур Гаусса.

б) Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Алгебраїчна проблема власних значень.

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Обумовленість матриць і систем. Ортогональні матриці. Елементи матриці обернення, відображення. Канонічна формула Жордана. Власні вектори і власні значення матриць. Властивості сингулярних

матриць. Методи Якобі, Хаусхолдера, Гівенса, Шварца. Методи розв'язку узагальненої проблеми на власні значення. Зведення до звичайної задачі на власні значення, до узагальненої форми Шура. Коректні та некоректні постановки задач. Класифікація коректно поставлених задач. Метод Гаусса. Метод квадратних коренів. Метод ортогоналізації. Оцінка достовірності розв'язків, отриманих прямими методами. Однокрокові ітераційні процеси (простої ітерації, Гаусса-Зейделя, верхньої релаксації). Прискорення збіжності ітерації. Двокрокові ітераційні процеси (явний двокроковий, напівітераційний Чебишева). Достовірність розв'язків, отриманих ітераційними методами. Похибка реалізації обчислювальних алгоритмів на комп'ютерах.

в) Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь з прямокутними та квадратними виродженими матрицями.

Узагальнені розв'язки систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Псевдообернені матриці. Сингулярне розкладання матриць. Методи А.Н. Тихонова, сингулярного розкладання, псевдообернення матриць. Нормалізований процес і його застосування для розв'язку систем з довільними прямокутними матрицями. Ітераційні методи розв'язку систем з неєдиним розв'язком і сумісних систем з симетричними матрицями. Ітераційні методи отримання узагальнених розв'язків несумісних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

г) Методи розв'язку систем нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь.

Нелінійні рівняння з одним невідомим. Знаходження комплексних коренів трансцендентних рівнянь. Числове розв'язування поліноміальних рівнянь. Розв'язок систем нелінійних рівнянь. Методи Ньютона, простої ітерації, квазіньютонівського типу, спуску. Одно- і двокрокові градієнтні методи.

5. Числові методи розв'язування диференціальних рівнянь

а) Числові методи розв'язку задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь

Постановка задачі Коші. Існування і єдиність розв'язку. Стійкість розв'язків. Однокрокові методи числового інтегрування задачі Коші. Явний і неявний методи Ейлера, Рунге-Кутта. Методи Ейлера-Коші. Багатокрокові методи числового інтегрування задачі Коші. Методи Адамса, Гіра, Куртіса-Хіршенфельда. Збіжність і стійкість багатокрокових методів.

б) Числові методи розв'язку крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку

Постановка крайових задач. Проблема існування, єдиності і коректності для крайових задач. Проекційні методи розв'язку. Оцінка похибки. Метод скінчених різниць. Дискретизація, апроксимація, стійкість, збіжність розв'язку. Метод скінчених елементів. Дискретизація, збіжність методу. Оцінка числа обумовленості матриць. Базисні функції. Достовірність розв'язків.

в) Числові методи розв'язку диференціальних рівнянь у частинних похідних

Постановки задач. Крайові, початкові умови. Узагальнені розв'язки. Явні та неявні різницеві схеми. Метод скінчених елементів. Метод скінчених різниць. Збіжність методів. Обчислення власних значень і власних функцій деяких диференціальних операторів. Постановка задачі. Ітераційні методи розв'язку різницевих задач на власні значення. Схеми методу скінчених елементів та їх збіжність.

6. Функціональні простори і лінійні неперервні оператори

Лінійні нормовані, бананові та гільбертові простори, приклади. Неперервні лінійні оператори та обернені до них. Критерій існування обмеженого неперервного оператора.

Ортогональні проекції, їх властивості. Задача про найкраще наближення.

Спряжені та самоспряжені оператори в гільбертовому просторі. Лінійні неперервні функціонали, спряжений простір, теорема Хана-Банаха. Теорема Рісса про представлення лінійного неперервного функціоналу в гільбертовому просторі.

ПИТАННЯ ВСТУПНОГО ЕКЗАМЕНУ

1. Фізичне та математичне моделювання. Детерміновані, евристичні, імітаційні та ймовірнісні моделі.
2. Формула Чебишева для числового інтегрування. Метод квадратур Гаусса.
3. Керування розподіленими системами. Задачі керованості, метод Белмана, варіаційні методи знаходження оптимальних керувань для еліптичних і параболічних рівнянь.
4. Математичне моделювання. Внутрішні та зовнішні збурення.
5. Інтерполяційні квадратурні формули. Квадратурні формули Ньютона-Котеса.
6. Математичні методи оптимізації та керування. Застосування принципу максимуму до градієнтних методів.
7. Математичні моделі динамічних процесів із зосередженими параметрами. Дискретні та неперервні процеси.
8. Числове диференціювання з застосуванням формул Ньютона, Стірлінга.
9. Математичні методи оптимізації та керування. Наближенні методи розв'язку задач оптимального керування.
10. Математичне моделювання. Фазовий стан і керування. Коректність моделей. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей.
11. Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Обумовленість матриць і систем.
12. Математичні методи оптимізації та керування. Рівняння Белмана. Достатні умови оптимальності.
13. Методи статистичного оцінювання параметрів моделі. Методи перевірки гіпотез.
14. Прямі методи розв'язування СЛАР. Елементи матриці обернення, відображення. Канонічна формула Жордана.
15. Принцип максимуму та метод динамічного програмування. Необхідні умови екстремуму в формі принципу максимуму Понтрягіна.
16. Методи ідентифікації динамічних моделей при

неповних спостереженнях. Методи оцінки фазового стану при неповних спостереженнях.

17. Алгебраїчна проблема власних значень. Власні вектори і власні значення матриць.
18. Математичні методи оптимізації та керування. Керованість та спостережуваність лінійних стаціонарних і нестаціонарних систем та їх зв'язок з проблемою моментів.
19. Математичні моделі динамічних процесів з розподіленими параметрами. Коректність моделей.
20. Обчислювальні методи. Властивості сингулярних матриць. Методи Якобі, Гівенса, Шварца.
21. Математичні методи оптимізації та керування. Задачі керованості та спостереження динамічних систем.
22. Методи математичного і комп'ютерного моделювання як важливий інструмент сучасних наукових досліджень.
23. Методи розв'язку узагальненої проблеми на власні значення. Зведення до звичайної задачі на власні значення, до узагальненої форми Шура.
24. Метод максимальної правдоподібності. Метод найменших квадратів.
25. Особливості математичного моделювання процесів неживої природи, моделювання процесів керування у живій природі, моделювання процесів пошуку оптимальних компромісів у конфліктно-керованих процесах та ієрархічно-керованих системах.
26. Коректні та некоректні постановки задач. Класифікація коректно поставлених задач.
27. Зв'язок принципу максимуму із класичними задачами варіаційного числення.
28. Системний підхід в моделюванні складних систем.
29. Прямі методи розв'язування СЛАР. Метод Гаусса. Метод квадратних коренів. Метод ортогоналізації.
30. Задачі математичного програмування. Методи лінійного та нелінійного програмування.
31. Схеми методу скінчених елементів та їх збіжність.
32. Оцінка достовірності розв'язків, отриманих прямими

методами розв'язування СЛАР.

33. Методи негладкої оптимізації (найшвидшого спуску, узагальнених градієнтів).

34. Ітераційні методи розв'язку різницевих задач на власні значення.

35. Однокрокові ітераційні процеси (прості ітерації, Гаусса-Зейделя, верхньої релаксації). Прискорення збіжності ітерації.

36. Алгоритми стохастичної оптимізації. Теорема Куна-Таккера.

37. Обчислення власних значень і власних функцій деяких диференціальних операторів. Постановка задачі.

38. Двокрокові ітераційні процеси (явний двокроковий, напівітераційний Чебишева).

39. Операційні системи. Засоби програмування (процедурно та об'єктно-орієнтовані).

40. Явні та неявні різницеві схеми. Метод скінчених елементів. Метод скінчених різниць. Збіжність методів.

41. Достовірність розв'язків, отриманих ітераційними методами. Похибка реалізації обчислювальних алгоритмів на комп'ютерах.

42. Програмне та інформаційне забезпечення. Офісні системи (електронні таблиці, редактори текстів тощо).

43. Числові методи розв'язку диференціальних рівнянь у частинних похідних. Постановки задач. Крайові, початкові умови. Узагальнені розв'язки.

44. Методи розв'язування СЛАР з прямокутними та квадратними виродженими матрицями. Узагальнені розв'язки СЛАР. Псевдообернені матриці.

45. Програмне та інформаційне забезпечення. Інформаційні системи.

46. Числові методи розв'язку крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Оцінка числа обумовленості матриць. Базисні функції. Достовірність розв'язків.

47. Сингулярне розкладання матриць. Методи А.Н. Тихонова, сингулярного розкладання, псевдообернення матриць.

48. Пакети програм і системи підтримки прийняття рішень.

49. Метод скінчених елементів. Дискретизація, збіжність методу.

50. Нормалізований процес і його застосування для розв'язку СЛАР з довільними прямокутними матрицями.

51. Бази даних і системи керування базами даних.

52. Метод скінчених різниць. Дискретизація, апроксимація, стійкість, збіжність розв'язку.

53. Ітераційні методи розв'язку СЛАР з неєдиним розв'язком і сумісних СЛАР з симетричними матрицями.

54. Інтелектуальні, експертні системи.

55. Проекційні методи розв'язку крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Оцінка похибки.

56. Ітераційні методи отримання узагальнених розв'язків несумісних СЛАР.

57. Технологія обчислювального експерименту в науковому дослідженні. Планування експериментів.

58. Постановка крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Проблема існування, єдиності і коректності для крайових задач.

59. Методи розв'язку систем нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Нелінійні рівняння з одним невідомим. Знаходження комплексних коренів трансцендентних рівнянь.

60. Числове диференціювання та інтегрування.

61. Багатокрокові методи числового інтегрування задачі Коші. Методи Адамса, Гіра, Куртіса-Хіршенфельда. Збіжність і стійкість багатокрокових методів.

62. Обчислювальні методи розв'язку систем нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Числове розв'язування поліноміальних рівнянь.

63. Інтерполяція та середньоквадратичне наближення функцій. Загальна теорія похибок.

64. Однокрокові методи числового інтегрування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Явний і неявний методи Ейлера, Рунге-Кутта. Методи Ейлера-Коші.

65. Розв'язок систем нелінійних рівнянь. Методи Ньютона, простої ітерації, квазіньютонівського типу, спуску.

66. Лінійні нормовані, бананові та гільбертові простори, приклади.

67. Постановка задачі Коші. Існування і єдиність розв'язку. Стійкість розв'язків.

68. Одно- і двокрокові градієнтні методи розв'язку систем рівнянь.

69. Ортогональні проєкції, їх властивості. Задача про найкраще наближення.

70. Поліноми Лагранжа, Ерміта, Чебишева. Формула Чебишева.

71. Обчислювальні методи. Інтерполяція та середньоквадратичне наближення функцій. Інтерполяція функцій кубічними сплайнами.

72. Лінійні неперервні функціонали, спряжений простір, теорема Хана-Банаха.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. Анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения./ Н.С. Бахвалов. - М.: Наука, 1975. - 631 с.

2. Бейко И.В. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. / И.В. Бейко, Б.Н. Бублик, П.Н. Зинько. - К.: Вища школа, 1983. - С. 19-37.

3. Брябрин В.М. Программное обеспечение персональных ЭВМ. / В.М. Брябрин. - М.: Наука, 1988. - 272 с.

4. Бублик Б.Н. Основы теории управления. / Б.Н. Бублик, Н.Ф. Кириченко. - К.: Наукова думка, 1975. - 328 с.

5. Воеводин ВВ. Матрицы и вычисления. / ВВ. Воеводин, Ю.А. Кузнецов -М.: Наука, 1984. - 320 с.

6. Дейнека В.С. Математические модели и методы расчета задач с разрывными решениями. / В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий. - К.: Наукова думка, 1995. - 262 с.

7. Згуровский М.З. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде. / М.З. Згуровский, В.В. Скопецкий, В.К. Хрущ, Н.М. Беляев - К.: Наукова думка, 1977. - 365 с.

8. Калиткин Н.Н. Численные методы. / Н.Н. Калиткин - М.: Наука, 1978. - 512 с.

9. Кузьмичев Д.А. Автоматизация экспериментальных исследований: Учебное пособие для вузов. / Д.А. Кузьмичев, М.А. Радкевич, А.Д. Смирнов - М.: Наука, 1983. - 391 с.

10. Ляшко И.И. Методы вычислений (Численный анализ. Методы решения задач математической физики). / И.И. Ляшко, В.Л. Макаров, А.А. Скоробагатько - К.:Вища школа, 1977.-408с.

11. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. / Г.И. Марчук. - М.: Наука, 1989. - 608 с.

12. Молчанов И.Н. Машинные методы решения прикладных задач. Дифференциальные уравнения. / И.Н. Молчанов. - К.: Наукова думка, 1988. -343 с.

13. Молчанов И.Н. Основы метода конечных элементов. / И.Н. Молчанов, Л.Д. Николенко. - К.: Наукова думка, 1989.- 272с.

14. Х.Уэно Представление и использование знаний / Х.Уэно, Т. Кояма, Т. Окамото и др. - М.: Наука, 1982. – 144 с.
15. Пшеничный Б.Н. Необходимые условия экстремума. / Б.Н. Пшеничный. - М.: Наука, 1982. – 144 с.
16. Самарский А.А. Введение в численные методы. / А.А. Самарский. - М.: Наука, 1987. – 288 с.
17. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах./И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. - К.: Наукова думка, 1991.– 432с.
18. Тыгу Э.Х. Концептуальное программирование. / Э.Х. Тыгу. - М.: Наука, 1984. – 256 с.
19. Фадеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры. / Д.К. Фадеев, В.Н. Фадеева. - Л.: Физматгиздат, 1963. - 734 с.
20. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. / А.А. Чикрий. - К.: Наукова думка, 1992. – 383 с.
21. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебное пособие. / Г.М. Фихтенгольц – М.: Наука, 1969. - 800 с.
22. Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной. / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. - М.: Наука, 1967. - 304 с.
23. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. / Н.М. Матвеев. - Минск: Высшая, школа, 1968. - 348 с.
24. Маркуш І.І. Розвиток асимптотичних методів у теорії диференціальних рівнянь. / І.І. Маркуш - Ужгород, 1975. - 222 с.
25. Годунов С.К. Уравнения математической физики. / С.К. Годунов. - М.: Наука, 1971. – 416 с.
26. Бомба А.Я. Асимптотичні методи в задачах екології: Методичний посібник. / А.Я. Бомба, І.І. Маркуш - Ужгород-Рівне: 1994.
27. Васильева А.Б. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. - М.: Наука, 1973. - 273 с.
28. Васильева А.Б. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов - М.: Высшая школа, 1990. - 208 с.