

**АНОТАЦІЯ**

<b>Назва дисципліни / освітнього компонента</b>	<b>ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО І ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ</b>
<b>Освітня програма</b>	Середня освіта (Фізика та астрономія)
<b>Компонент освітньої програми</b>	Вибірковий
<b>Загальна кількість кредитів та кількість годин для вивчення дисципліни</b>	3 кредити / 90 годин
<b>Вид підсумкового контролю</b>	Залік
<b>Мова викладання</b>	Українська
<b>Викладач</b>	Присяжнюк Ігор Михайлович, канд. техн. наук, доцент.
<b>CV викладача на сайті кафедри</b>	<a href="https://sites.google.com/d/141akpP4UI8L8pw3LUD9CRoCUx7sRr_SZ/p/1Ae67ymxhaOCprQ3Di8LxhAiAMF34D2xD/edit">https://sites.google.com/d/141akpP4UI8L8pw3LUD9CRoCUx7sRr_SZ/p/1Ae67ymxhaOCprQ3Di8LxhAiAMF34D2xD/edit</a>
<b>E-mail викладача</b>	<a href="mailto:ihor.prysiashniuk@rshu.edu.ua">ihor.prysiashniuk@rshu.edu.ua</a>

Навчальна дисципліна «**Основи векторного і тензорного аналізу**» належить до компонентів циклу професійної підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти. Вона спрямована на вивчення фундаментальних математичних структур, що описують фізичні поля та геометричні об'єкти, які є інваріантними відносно вибору системи координат. У межах курсу розглядаються операції над векторами в евклідових та афінних просторах, диференціальні характеристики скалярних і векторних полів, а також алгебраїчна та аналітична теорія тензорів довільної валентності.

**Актуальність дисципліни** зумовлена тим, що векторний та тензорний аналіз є універсальною мовою сучасної фізики, механіки суцільних середовищ, теоретичної електродинаміки та загальної теорії відносності. Розуміння апарату тензорної алгебри є критично необхідним для моделювання складних анізотропних систем, розрахунку напружено-деформованих станів у машинобудуванні та обробки багатовимірних даних в інформаційних технологіях. Вивчення курсу дозволяє сформувати у студентів здатність оперувати абстрактними математичними об'єктами та застосовувати оператори теорії поля для розв'язання прикладних задач природознавства.

**Метою викладання навчальної дисципліни «Основи векторного і тензорного аналізу» є формування у студентів цілісної системи теоретичних знань про векторні та тензорні поля, а також оволодіння апаратом диференціального числення в інваріантній формі для подальшого використання у професійних та наукових дослідженнях.**

**Основними завданнями вивчення дисципліни є опанування методів векторної алгебри та теорії лінійних операторів у евклідових просторах, вивчення диференціальних операцій першого та другого порядків (градієнт, дивергенція, ротор, оператор Лапласа) та їхнього фізичного змісту, засвоєння інтегральних теорем векторного аналізу (формули Гаусса-Остроградського, Стокса), вивчення алгебри тензорів: операцій згортання, симетризації, альтернування та правил маніпуляції з індексами, набуття навичок побудови тензорних моделей для опису фізичних процесів у криволінійних системах координат.**

У результаті вивчення дисципліни здобувачі вищої освіти мають  
**знати:**

- **Основи векторної алгебри:** Визначення векторних і евклідових просторів, поняття базису та розмірності, властивості скалярного, векторного та змішаного добутків.

- **Теорію поля:** Визначення скалярного та векторного полів, поняття градієнта, дивергенції, ротора (вихру) та їхній фізичний і геометричний зміст.

- **Інтегральні співвідношення:** Формулювання та умови застосування основних теорем аналізу — Гаусса-Остроградського та Стокса, а також класифікацію векторних полів (соленоїдальні, потенціальні).

- **Основи тензорного числення:** Означення тензора довільної валентності, правила перетворення компонент при заміні координат, поняття метричного тензора та операцій підняття/опускання індексів.

- **Диференціальні оператори:** Властивості оператора Гамільтона ( $\nabla$ ), правила обчислення операцій першого та другого порядків, а також особливості диференціювання тензорних полів.

**вміти:**

- **Проводити алгебраїчні обчислення:** Знаходити координати векторів у різних базисах (зокрема в криволінійних системах), обчислювати добутки векторів та інваріанти тензорів.

- **Аналізувати поля:** Обчислювати похідну за напрямом, визначати лінії току векторного поля та будувати поверхні рівня скалярного поля.

- **Застосовувати операторний метод:** Використовувати символіку Набла для спрощення складних виразів векторного аналізу та знаходження лапласіанів функцій.

- **Виконувати тензорні операції:** Здійснювати додавання, множення, згортання, симетризацію та альтернування тензорів, а також переходити між коваріантними та контраваріантними компонентами.

- **Розв'язувати прикладні задачі:** Обчислювати потік і циркуляцію векторного поля безпосередньо та за допомогою інтегральних теорем для задач фізики чи механіки.

## **Зміст навчальної дисципліни**

### **Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналіз.**

**Тема 1.** Системи координат на площині і в просторі. Поняття про криволінійну систему координат. Вектори. Лінійні операції над векторами та їх властивості. Лінійно залежні і незалежні системи векторів. Базис на площині і в просторі.

**Тема 2.** Скалярний, векторний і змішаний добуток векторів, їх властивості та застосування.

**Тема 3.** Векторний простір, базис і розмірність простору. Евклідовий простір, норма вектора, ортонормований базис.

**Тема 4.** Лінійні функції і форми у векторному просторі. Спряжений простір. Білінійні і квадратичні функції і форми у векторному просторі. Лінійні оператори.

**Тема 5.** Векторні функції скалярного аргументу. Скалярне поле. Похідна за напрямом і градієнт скалярного поля.

**Тема 6.** Векторне поле. Векторні лінії. Потік векторного поля через поверхню. Дивергенція векторного поля.

**Тема 7.** Формула Гаусса-Остроградського. Завихреність і ротор векторного поля.

**Тема 8.** Оператор Гамільтона. Диференціальні операції 1-го і 2-го порядків, їх властивості та застосування. Види векторних полів.

### **Змістовий модуль 2. Тензорна алгебра та аналіз.**

**Тема 9.** Задачі, що приводять до поняття тензора. Просторові матриці. Означення і приклади тензорів. Полілінійні функції як приклади тензорів довільної валентності.

**Тема 10.** Операції додавання тензорів та множення тензора на скаляр, їх властивості. Операції множення та згортання тензорів. Інваріанти. Операції транспонування, симетризації та альтернування тензорів, симетричні та антисиметричні тензори.

**Тема 11.** Тензори в евклідовому просторі. Операції підняття і опускання індексів. Евклідові тензори. Операція диференціювання тензорів. Поняття про тензорне поле. Приклади тензорних полів у фізиці.